

## Übungen: Lineare Gleichungssysteme (Textaufgaben)

1. In einem Käfig sind Hasen und Fasane. Sie haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Hasen und Fasane sind im Käfig? (*China*)
2. In einem Jugendheim gibt es 18 Zimmer (Vierbett- und Sechsbettzimmer). Insgesamt können 84 Jugendliche untergebracht werden. Wie viele Vierbett- bzw. Sechsbettzimmer sind es?
3. Zwei Tassen Kaffee und ein Stück Kuchen kosten 8,00 €, drei Tassen Kaffee und vier Stück Kuchen kosten 20,00 €. Berechnen Sie den Preis für eine Tasse Kaffee bzw. ein Stück Kuchen.
4.
  - a) Ein Hamburger und drei Portionen Pommes kosten 6,00 €, drei Hamburger und zwei Portionen Pommes kosten 6,80 €. Wie viel kosten ein Hamburger bzw. eine Portion Pommes?
  - b) Warum ist die Aufgabe mit folgender Angabe nicht eindeutig lösbar: Ein Hamburger und drei Portionen Pommes kosten 6,00 €, zwei Hamburger und sechs Portionen Pommes kosten 12,00 €?
5. Fünf Ochsen und zwei Schafe kosten acht Goldstücke, zwei Ochsen und acht Schafe kosten acht Goldstücke. Wie hoch ist der Preis für jedes einzelne Tier? (*China*)
6. Wenn der Preis von 9 Äpfeln vermindert um den Preis einer Birne 13 Denare beträgt und der Preis von 19 Birnen vermindert um den Preis eines Apfels 8 Denare beträgt, so frage ich, wie teuer ein Apfel und wie teuer eine Birne ist? (*Johannes Buteo, 16. Jh.*)
7. Jemand stellt einen Arbeiter für 30 Tage an. Wenn er arbeitet, bekommt er 7 Pfennig am Tag; wenn er nicht arbeitet, muss er 5 Pfennig am Tag bezahlen. Nach 30 Tagen ist keiner dem anderen etwas schuldig. Wie viele Tage hat der Arbeiter gearbeitet und wie viele frei gehabt? (*Adam Ries, 16. Jh.*)
8. Zwei Personen wollen ein Pferd für 11 Gulden kaufen. A sagt zu B: "Gib mir ein Drittel von deinem Geld, so will ich meines dazutun und das Pferd bezahlen." B sagt zu A: "Gib mir von deinem Geld ein Viertel, so will ich mit meinem zusammen das Pferd bezahlen." Nun frage ich, wieviel Geld jeder gehabt hat. (*Adam Ries*)
9. Die Mitgift von Francescos Frau ist um 100 Gulden höher als Francescos eigenes Vermögen, und das Quadrat der Mitgift ist um 400 größer als das Quadrat des Vermögens. Berechne die Mitgift und das Vermögen. (*Cardano, 1545*)
10. 20 Personen, Männer und Frauen, essen in einem Wirtshaus. Ein Mann isst für 8 Groschen, eine Frau aber für 7 Groschen, und die ganze Zeche beläuft sich auf 6 Reichstaler. Nun ist die Frage, wie viele Männer und Frauen da waren? (*Leonhard Euler;*

1 Reichstaler = 24 Groschen)

11. Jemand fährt mit einem Boot donauaufwärts mit einer mittleren Geschwindigkeit von 17 km/h und donauabwärts mit 23 km/h. Wie groß sind die Eigengeschwindigkeit des Bootes und die Fließgeschwindigkeit der Donau?
12. Ein Flugzeug erreicht mit Rückenwind eine Geschwindigkeit von 900 km/h, bei (gleich starkem) Gegenwind kommt es nur auf 780 km/h. Berechnen Sie die Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs und die Windgeschwindigkeit.
13. Eine Radfahrerin und ein Fußgänger wohnen 8 km voneinander entfernt. Wenn sie einander entgegenfahren (bzw. -gehen), treffen sie einander nach 20 Minuten. Wenn sie gleichzeitig in gleicher Richtung starten, holt die Radfahrerin den Fußgänger nach 40 Minuten ein. Berechnen Sie die Geschwindigkeiten.
14. Ein Autofahrer und ein Motorradfahrer wohnen 360 km voneinander entfernt und fahren einander entgegen. Wenn sie beide um 8.00 h wegfahren, treffen sie einander um 10.00 h. Fährt der Autofahrer erst um 9.30 h weg, so begegnen sie einander um 11.00 h. Berechnen Sie die mittleren Geschwindigkeiten beider Fahrzeuge!
15. Wenn man 2 Liter kaltes Wasser mit 3 Liter heißem Wasser mischt, erhält man eine Mischung mit einer Temperatur von  $60^{\circ}\text{C}$ . Eine Mischung von 4 Liter kaltem und einem Liter heißem Wasser hat eine Temperatur von  $30^{\circ}\text{C}$ . Welche Temperatur hatten das kalte und das heiße Wasser?
16. 1998 erhielt man eine Mischung von Normal- und Superbenzin im Verhältnis 1:1 um 10,80 ATS pro Liter. Bei einem Mischungsverhältnis von 3:1 kostete 1 Liter 10,40 ATS. Wie viel kostete damals 1 Liter Normal- bzw. Superbenzin?
17. In einem Betrieb stehen zwei Kupferlegierungen zur Verfügung. Wenn man sie im Verhältnis 1 : 2 zusammenschmilzt, hat das Gemisch einen Kupferanteil von 70%; mischt man sie im Verhältnis 3 : 2, so erhält man ein Gemisch mit 78% Kupferanteil. Wie hoch ist der Kupferanteil in den beiden Legierungen?
18. Wenn man zwei Liter von Lösung A mit einem Liter von Lösung B mischt, erhält man eine 31%ige Salzlösung; mischt man 4 Liter von Lösung A mit 3 Liter von Lösung B, so enthält die Mischung 27% Salz. Berechnen Sie den Salzanteil in den beiden Lösungen.
19. Aus 3 Garben einer guten Ernte, 2 Garben einer mittelmäßigen Ernte und 1 Garbe einer schlechten Ernte erhält man den Ertrag von 39 Körben. Aus 2 Garben einer guten Ernte, 3 Garben einer mittelmäßigen Ernte und 1 Garbe einer schlechten Ernte erhält man 34 Körbe. Aus 1 Garbe guter Ernte, 2 Garben mittelmäßiger Ernte und 3 Garbe schlechter Ernte erhält man 26 Körbe. Wie viel ist der Ertrag je einer Garbe der guten, der mittelmäßigen und der schlechten Ernte? (*China*)
20. Jetzt hat man 2 Rinder und 5 Schafe verkauft und damit 13 Schweine gekauft, wobei ein

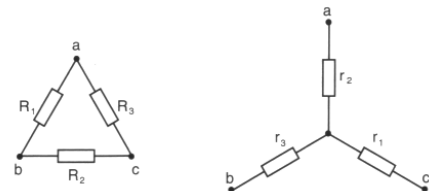
Rest von 1000 Geldstücken übrig blieb. Man hat 3 Rinder und 3 Schweine verkauft und damit 9 Schafe gekauft; das Geld reichte gerade. Man hat 6 Schafe und 8 Schweine verkauft und damit 5 Rinder gekauft, aber das Geld reichte nicht um 600 Geldstücke. Wie hoch ist der Preis von jedem, vom Rind, vom Schaf und vom Schwein? (*China*)

21. Drei Personen werden nach ihrem Vermögen gefragt. Der erste und der zweite besitzen zusammen um 20 Denare mehr als der dritte; der erste und der dritte haben zusammen um 40 Denare mehr als der zweite; und der zweite und der dritte haben zusammen um 30 Denare mehr als der erste. Wieviel besitzt jeder der drei? (*nach Diophant, 3. Jh. n. Chr.*)
22. Drei Kaufleute sahen auf dem Weg eine Geldbörse mit 15 Goldstücken. Einer von ihnen sagte zu den anderen: "Wenn ich diese Börse behalte, so werde ich zweimal so reich sein wie ihr beide zusammen mit dem Geld, das ihr in der Hand habt!" Da sagte der zweite von ihnen: "Ich werde dreimal so reich sein!" Dann sagte der dritte: "Ich werde fünfmal so reich sein." Wieviel Geld hatte jeder Kaufmann? (*Indien*)
23. Vier Männer finden eine Börse mit 11 Drachmen. Wenn der erste sie behält, besitzt er doppelt so viel wie der zweite und der dritte zusammen; behält sie der zweite, hat er dreimal so viel wie der dritte und der vierte zusammen; der dritte hätte viermal so viel wie der vierte und der erste, und der vierte hätte fünfmal so viel wie der erste und der zweite. Wieviel besitzt jeder der vier? (*nach Leonardo von Pisa*)
24. Bei der Umwandlung eines Widerstands-dreiecks in einen gleichwertigen Widerstandsstern gelten folgende Gleichungen:

$$r_1 + r_2 = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$r_2 + r_3 = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$r_1 + r_3 = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$



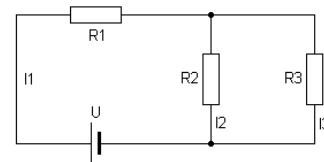
Rechnen Sie mit  $R_1 = 6 \Omega$ ,  $R_2 = 12 \Omega$ ,  $R_3 = 18 \Omega$  und ermitteln Sie  $r_1$ ,  $r_2$  und  $r_3$ .

25. Bei der nebenstehenden Schaltung ergeben sich aus den Kirchhoffschen Regeln folgende Gleichungen:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = U$$

$$I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0$$



Rechnen Sie mit  $U = 12 \text{ V}$ ,  $R_1 = 0,8 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $R_3 = 3 \Omega$

und ermitteln Sie die Stromstärken  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$ .

26. (\*) Für 100 Drachmen sollen 100 Vögel gekauft werden: Enten, Sperlinge und Hühner. Eine Ente kostet 5 Drachmen, 20 Sperlinge kosten 1 Drachme und ein Huhn 1 Drachme. (*China*)  
 Tipp: Die Lösungen müssen natürliche Zahlen sein!

## Ergebnisse:

1. 12 Hasen, 23 Fasane
2. 12 Vierbett-, 6 Sechsbettzimmer
3. Kaffee: 2,40 €, Kuchen: 3,20 €
4.
  - a) Hamburger: 1,20 €, Pommes: 1,60 €
  - b) die zweite Gleichung ist das Doppelte der ersten  $\Rightarrow$  jedes Zahlenpaar von (0,03 / 1,99) bis (5,97 / 0,01) ist möglich
5. Ochs:  $1\frac{1}{3}$  Goldstücke, Schaf:  $\frac{2}{3}$  Goldstücke
6. Apfel:  $1\frac{1}{2}$  Denare, Birne:  $\frac{1}{2}$  Denar
7.  $12\frac{1}{2}$  Arbeitstage,  $17\frac{1}{2}$  freie Tage
8. A: 8 Gulden, B: 9 Gulden
9. Mitgift: 52 Gulden; Francesco hat 48 Gulden Schulden
10. 4 Männer, 16 Frauen
11. 20 km/h, 3 km/h
12. 840 km/h, 60 km/h
13. 18 km/h, 6 km/h
14. 120 km/h, 60 km/h
15.  $15^{\circ}\text{C}$ ,  $90^{\circ}\text{C}$
16. Normal: 10,00 ATS, Super: 11,60 ATS
17. 90%, 60%
18. 30%, 3%
19.  $9\frac{1}{4}$ ,  $4\frac{1}{4}$ ,  $2\frac{3}{4}$  Körbe
20. Rind: 1200, Schaf: 500, Schwein: 300
21. 30, 25, 35 Denare
22. 1, 3, 5 Goldstücke
23. -1, 4, 1, 4 Drachmen
24.  $r_1 = 6 \Omega$ ,  $r_2 = 3 \Omega$ ,  $r_3 = 2 \Omega$
25.  $I_1 = 6 \text{ A}$ ,  $I_2 = 3,6 \text{ A}$ ,  $I_3 = 2,4 \text{ A}$
26. 19 Enten, 80 Sperlinge, 1 Huhn